

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2018

Klausuraufgaben Klassenstufe 8

Sayda, 15.03.2018

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

1. Untersuche, ob es 2018 aufeinanderfolgende natürliche Zahlen gibt, deren Summe eine Quadratzahl ist.

(5 Punkte)

2. Bestimme die Anzahl aller siebenstelligen Zahlen, die genau drei paarweise verschiedene Ziffern haben.

Hinweis 1: Es werden nur Zahlen ohne führende Nullen betrachtet.

Hinweis 2: Die Angabe eines Terms genügt.

(5 Punkte)

3. Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck und P ein Punkt mit den Eigenschaften:

- (1) Die Seiten \overline{AD} und \overline{BC} sind gleich lang.
- (2) Die Größen der Winkel $\sphericalangle BAD$ und $\sphericalangle CBA$ ergeben zusammen 120° .
- (3) Der Punkt P liegt außerhalb des Vierecks.
- (4) Der Punkt P liegt auf der Seite der Geraden DC , auf der der Punkt A nicht liegt.
- (5) Das Dreieck DPC ist gleichseitig.

Beweise, dass auch das Dreieck APB gleichseitig ist.

(5 Punkte)

4. Es seien a , b und c ganze Zahlen, für die die Summe $a^3 + b^3 + c^3$ durch 18 teilbar ist.

Beweise, dass das Produkt der drei ganzen Zahlen durch 6 teilbar ist.

(5 Punkte)