

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2017

Klausuraufgaben Klassenstufe 11 / 12

Sayda, 23.03.2017

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1:

Gegeben ist eine quadratische Tabelle mit nichtnegativen ganzzahligen Einträgen, sodass in jeder Zeile und jeder Spalte die Summe der Einträge gleich 2017 ist.

Zeigen Sie, dass man für alle quadratischen Tabellen mit dieser Eigenschaft einige Einträge auswählen und um Eins verringern kann, sodass die neue Tabelle immer noch nichtnegative ganzzahlige Einträge hat und in jeder Zeile und jeder Spalte die Summe der Einträge gleich 2016 ist.

(6 Punkte)

Aufgabe 2:

Es sei n eine positive ganze Zahl, sodass $2017^n - 1$ durch n teilbar ist.

Zeigen Sie, dass n ($n > 1$) einen Primteiler p mit $p < 10$ hat. (7 Punkte)

Aufgabe 3:

Seien k_1 und k_2 zwei Kreise mit Mittelpunkten O_1 bzw. O_2 , die sich in den Punkten A und B schneiden. Weiter sei P_1P_2 eine gemeinsame Tangente an beide Kreise, so dass P_1 auf k_1 und P_2 auf k_2 liegt. Zudem seien M_1 und M_2 die orthogonalen Projektionen von P_1 bzw. P_2 auf die Gerade O_1O_2 . Die Gerade AM_1 schneide k_1 außer in A noch in N_1 und die Gerade AM_2 schneide k_2 außer in A noch in N_2 .

Zeigen Sie, dass N_1 , B und N_2 auf einer Geraden liegen. (7 Punkte)