

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2017
Klausuraufgaben Klassenstufe 9 / 10
Sayda, 23.03.2017

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie alle nichtnegativen ganzen Zahlen a und b mit

$$2^a = 3^b - 5.$$

(6 Punkte)

Aufgabe 2:

Sei $\triangle ABC$ ein spitzwinkliges Dreieck. Auf den Seiten \overline{AB} und \overline{BC} werden nach außen Rechtecke $ANMB$ und $BLKC$ errichtet, so dass $|AB| = |CK|$ und $|BC| = |AN|$ gilt.

Zeigen Sie, dass sich die drei Geraden AL , CM und NK in einem Punkt schneiden.

(7 Punkte)

Aufgabe 3:

Es seien x, y, z nichtnegative reelle Zahlen mit $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Beweisen Sie die Ungleichung

$$\frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx} \geq \frac{3}{2}.$$

Wann gilt Gleichheit?

(7 Punkte)