

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2016

Klausuraufgaben Klassenstufe 9/10

Sayda, 17. März 2016

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1.

Anne und Bert schreiben abwechselnd genau eins der Symbole + (plus), – (minus), oder x (mal) in einen beliebigen der freien Plätze zwischen die Zahlen der Folge 1, 2, 3, ..., 2016, sodass letztlich zwischen zwei Zahlen jeweils genau ein Zeichen steht. Anne beginnt.

Beweisen Sie, dass Anne ihre Zeichen derart setzen kann, dass – unabhängig von Berts Zeichensetzung – das Resultat je nach ihrem Belieben gerade bzw. ungerade wird.

Aufgabe 2.

Zwei Kreise k_1 und k_2 berühren sich von außen im Punkt A . Eine Gerade g durch A schneide k_1 in einem weiteren Punkt E und k_2 in einem von A verschiedenen Punkt B . Eine Gerade h durch E schneide den Kreis k_2 in den beiden Punkten C und D , sodass E, C, D in dieser Reihenfolge auf h liegen. Ferner sei $\angle ACD$ ein rechter Winkel.

Die folgenden Längen sind gegeben: $e = |AC| = 4$, $a = |EC| = 2\sqrt{6}$, $b = |CD| = 8\sqrt{6}$.

- Bestimmen Sie die Längen d_1 und d_2 der Durchmesser von k_1 bzw. k_2 .
- Untersuchen Sie, ob h Tangente an k_1 ist.

Aufgabe 3.

Bestimmen Sie alle Paare nichtnegativer ganzer Zahlen $(n ; k)$, die der Gleichung

$$(n + 1)^k - 1 = n!$$

genügen.