

# Sächsisches Landesseminar Mathematik 2016

## Klausuraufgaben Klassenstufe 8

Sayda, 17. 03. 2016

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

1. Max spielt mit Zahlen.

Im ersten Schritt addiert er zur Zahl 1 die Zahl 3. Er erhält 4. Nun addiert er wieder 3 und erhält 7. Insgesamt addiert er genau 2015 mal die Zahl 3. Er notiert alle diese 2016 paarweise verschiedene Zahlen.

Im zweiten Schritt addiert er wie im ersten Schritt zur Zahl 4 genau 2015 mal die Zahl 5. Er notiert wieder alle 2016 paarweise verschiedene Zahlen.

Bestimme, wie viele paarweise verschiedene Zahlen er unter all den notierten Zahlen erhalten hat.

(4 Punkte)

2. Ermittle, auf wie viele Arten man die Zahlen 21, 31, 41, 51, 61, 71 und 81 so in einer Reihe anordnen kann, dass die Summe von je vier unmittelbar aufeinanderfolgenden Zahlen durch 3 teilbar ist.

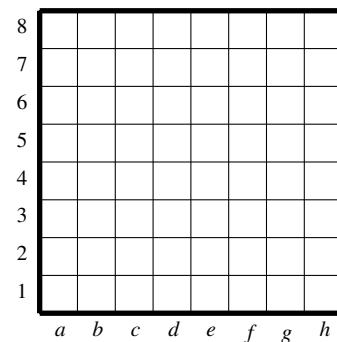
(5 Punkte)

3. Ein  $8 \times 8$ -Quadrat ist in 64 kleinere Quadrate unterteilt. (Siehe nebenstehende Abbildung. Die einzelnen Quadrate können mit Hilfe der eingeführten Koordinaten beschrieben werden. Z. B. bezeichnet  $a1$  das kleine Quadrat in der unteren linken Ecke.)

In das große Quadrat werden 21 Rechtecke vom Format  $3 \times 1$  so ohne Überlappung gelegt, dass genau ein Quadrat vom Format  $1 \times 1$  übrig bleibt.

Jedes  $3 \times 1$ -Rechteck überdeckt dabei genau drei Quadrate vom Format  $1 \times 1$ .

Ermittle alle Stellen, an denen sich dieses eine Quadrat befinden kann.



(5 Punkte)

4. Gegeben seien ein Quadrat  $ABCD$  und zwei Punkte  $E$  und  $F$  so, dass  $E$  auf der Seite  $\overline{BC}$  und  $F$  auf der Seite  $\overline{CD}$  liegen und der Winkel  $\sphericalangle EAF$  die Größe  $45^\circ$  hat. Der Schnittpunkt der Strecke  $\overline{AE}$  mit der Diagonalen  $BD$  sei der Punkt  $M$  und der Schnittpunkt der Strecke  $\overline{AF}$  mit der Diagonalen  $BD$  sei der Punkt  $N$ . Die Strecken  $\overline{MF}$  und  $\overline{NE}$  schneiden sich im Punkt  $S$ .

(a) Zeige, dass das Viereck  $ANEB$  ein Sehnenviereck ist.

(b) Beweise, dass die Gerade durch die Punkte  $A$  und  $S$  und die Gerade durch die Punkte  $F$  und  $E$  zueinander senkrecht sind.

(6 Punkte)