

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2015

Klausuraufgaben Klassenstufe 9/10

Sayda, 19. März 2015

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1.

Man zeige, dass man unter beliebigen 39 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen stets eine findet, deren Quersumme durch 11 teilbar ist.

Aufgabe 2.

Es seien a, b, c reelle Zahlen mit $a + b + c = 2$. Man beweise folgende Ungleichung:

$$(a + b - ab)(b + c - bc)(c + a - ac) \leq 1 - abc$$

Geben Sie alle Tripel $(a; b; c)$ an, für die die Gleichheit gilt.

Aufgabe 3.

Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$. Der Punkt P auf \overline{AC} teile die Strecke von innen im Verhältnis $4 : 1$, sodass $\overline{AP} : \overline{PC} = 4 : 1$ gilt, und der Punkt Q teile die Strecke \overline{AB} von innen im Verhältnis $3 : 2$, sodass $\overline{AQ} : \overline{QB} = 3 : 2$ gilt.

Beweisen Sie, dass PQD ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck ist.