Sächsisches Landesseminar Mathematik 2013

Klausuraufgaben Klassenstufe 9/10

Sayda, 21. März 2013

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1

Beim Schachspiel erhält der Sieger 1 Punkt und der Besiegte 0 Punkte. Bei Unentschieden (Remis) erhält jeder der Spieler ½ Punkt.

Vierzehn Schachspieler, von denen keine zwei gleich alt waren, trugen einen Wettbewerb aus, in dem jeder gegen jeden spielte. Nach Abschluss des Wettbewerbs wurde eine Rangliste erstellt. Von zwei Spielern mit gleicher Punktezahl erhielt der Jüngere eine bessere Platzierung.

Nach dem Wettbewerb stellte Jan fest, dass die drei Bestplatzierten insgesamt genau so viele Punkte erhielten wie die Gesamtpunktzahl der letzten neun Spieler. Jörg bemerkte dazu, dass dabei die Zahl der unentschieden ausgegangenen Spiele maximal war.

Man ermittle die Anzahl der unentschiedenen Spiele.

Aufgabe 2

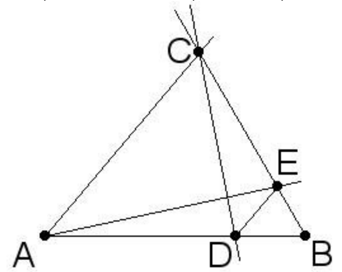
Man bestimme alle Tupel reeller Zahlen $(u; v; w; x; y)$, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} v^2 + w^2 + x^2 + y^2 &= 6 - 2u \\ u^2 + w^2 + x^2 + y^2 &= 6 - 2v \\ u^2 + v^2 + x^2 + y^2 &= 6 - 2w \\ u^2 + v^2 + w^2 + y^2 &= 6 - 2x \\ u^2 + v^2 + w^2 + x^2 &= 6 - 2y \end{aligned}$$

erfüllen.

Aufgabe 3

Gegeben sei ein Dreieck ABC, D und E seien innere Punkte der Strecken AB bzw. BC, so dass $|\angle ABC| = 60°$, $|\angle BCA| = 70°$, $|\angle BCD| = 20°$ und $|\angle EAB| = 10°$.



Wie groß ist $|\angle DEA|$?